

УДК 614.846.63

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАДИАЛЬНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ЕМКостей ПОЖАРНЫХ АВТОМОБИЛЕЙ

Кулаковский Б.Л., к.т.н., доцент, Мартыненко Т.М., к.ф.-м.н., Менделев В.А.
Командно-инженерный институт МЧС Республики Беларусь

e-mail: mail@kii.gov.by

Выполнен сравнительный анализ весовых и размерных параметров (высота центра тяжести, вес и площадь поверхностей стенок на единицу объема жидкости, поперечной устойчивости против опрокидывания) цистерны цилиндрической и прямоугольной форм. С применением общей теории тонких оболочек получены расчетные формулы по определению прогибов безмоментной цилиндрической оболочки произвольного поперечного сечения.

The comparative analysis of weight and dimensional parameters (height of the center of gravity, weight and the square of surfaces of walls at unit of volume of liquid, cross stability against capsizing) tanks of cylindrical and rectangular forms is made. With application of the general theory of thin covers settlement formulas by determination of tension and deflections of a momentless cylindrical cover of any cross section are received.

(Поступила в редакцию 23 мая 2013 г.)

Введение

На вооружении подразделений по чрезвычайным ситуациям находятся разнообразные пожарные аварийно-спасательные автомобили (ПАСА) для перевозки огнетушащих веществ: воды, пенообразователя, порошка.

Эти вещества перевозятся в емкостях различной формы:

- на пожарных автоцистернах применяются емкости прямоугольного и эллиптического сечения;
- на автомобилях порошкового пожаротушения – емкости цилиндрического сечения.

Форма поперечного сечения и размерно-весовые параметры емкости во многом зависят от компоновки и назначения ПАСА.

Цилиндрическая цистерна по сравнению с другими имеет меньший вес и площадь поверхности на единицу объема перевозимой жидкости, что позволяет снизить расход материала и удешевить производство. Если принять, что площади поперечного сечения прямоугольной и цилиндрической емкостей равны, то периметр цилиндрической емкости будет меньше прямоугольной на 13 %.

Цилиндрическая цистерна имеет высокие прочностные характеристики, сравнительно легко изготавливается, для ее изготовления необходимо выполнить значительно меньше сварочных работ. Однако, у цилиндрической цистерны более высокий центр тяжести по сравнению с прямоугольной (на 13 %), а следовательно и пожарная автоцистерна с емкостью цилиндрической формы будет обладать низкой поперечной устойчивостью против опрокидывания. Кроме этого, цилиндрическую цистерну трудно компоновать на раме автомобиля совместно с боковыми отсеками.

Емкость цилиндрической формы впервые была применена в Республики Беларусь при изготовлении пожарной автоцистерны НПО «Агат».

При движении пожарной автоцистерны на повороте в емкости цилиндрической формы возникает сравнительно высокие значения параметров ударного взаимодействия жидкости со стенками цистерны. В связи с этим является актуальной задача определения усилия в необходимой точке оболочки цистерны, расчета величин ее прогиба.

Основные математические зависимости

Исследование напряженного состояния некруговых цилиндрических оболочек с плавной формой поперечного сечения показывает, что для относительно коротких оболочек изгибающие моменты и соответствующие им изгибные напряжения сравнительно невелики и расчет таких оболочек можно производить по безмоментной теории. Наличие опор в торцевых сечениях обеспечивает цилиндрической оболочке безмоментное состояние.

Для получения расчетных формул по определению напряжений и прогибов безмоментной цилиндрической оболочки произвольного поперечного сечения применим общую теорию тонких оболочек. При этом имеется в виду, что конструкция оболочки удовлетворяет условиям существования безмоментного напряженного состояния, согласно которым цилиндрическая оболочка должна быть достаточно короткой, иметь поперечное сечение плавного очертания с плавно изменяющимися толщиной, радиусом кривизны сечения и плавным изменением нагрузки, действующей на оболочку.

Зададим цилиндрическую оболочку произвольного поперечного очертания (рис. 1). Линиями главной кривизны в данном случае будут направляющие s и образующие x цилиндра, которые примем в качестве криволинейных ортогональных координат поверхности. При этом криволинейная координата x будет измеряться вдоль образующих от одного из оснований цилиндра, а криволинейная координата s – вдоль направляющих от одной из образующих цилиндра.

Перемещения u, v и w отсчитываются по направлениям касательных к криволинейным координатам x, s и по нормали \bar{e}_n .

Примем длину оболочки L , тогда ее торцевые сечения будут определяться координатами $x = 0$ и $x = L$. Обозначим радиус кривизны поперечного сечения оболочки через $r(s)$. Этот радиус будет функцией только криволинейной координаты s . Оболочка нагружена равномерным давлением p . Под действием этого давления в оболочке возникают усилия, T_1 направлено вдоль по образующей, а усилие T_2 – по касательной к направляющей, $S(x; s)$ – обобщенные растягивающие и касательные силы.

Для определения возникающих в оболочке усилий воспользуемся системой дифференциальных уравнений равновесия элемента оболочки, находящейся в безмоментном напряженном состоянии. Подставим в эту систему дифференциальных уравнений значения параметров Ляме срединной поверхности некруговой цилиндрической оболочки $A_1 = A_2 = 1$, а также значения главных радиусов кривизны $R_1 = \infty, R_2 = r(s)$.

В результате приходим к следующей системе уравнений:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial s} + q_1 = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial s} + q_2 = 0; \quad T_2 = q_n r(s). \quad (1)$$

Полученная система интегрируется в замкнутом виде. При этом одно из основных усилий безмоментной оболочки T_2 дается в явном виде. Это усилие не зависит от x , т. е. по длине оболочки не меняется.

Сделав аналогичную подстановку A_1, A_2 и R_1, R_2 в систему, получим систему дифференциальных уравнений для определения перемещений безмоментной цилиндрической оболочки:

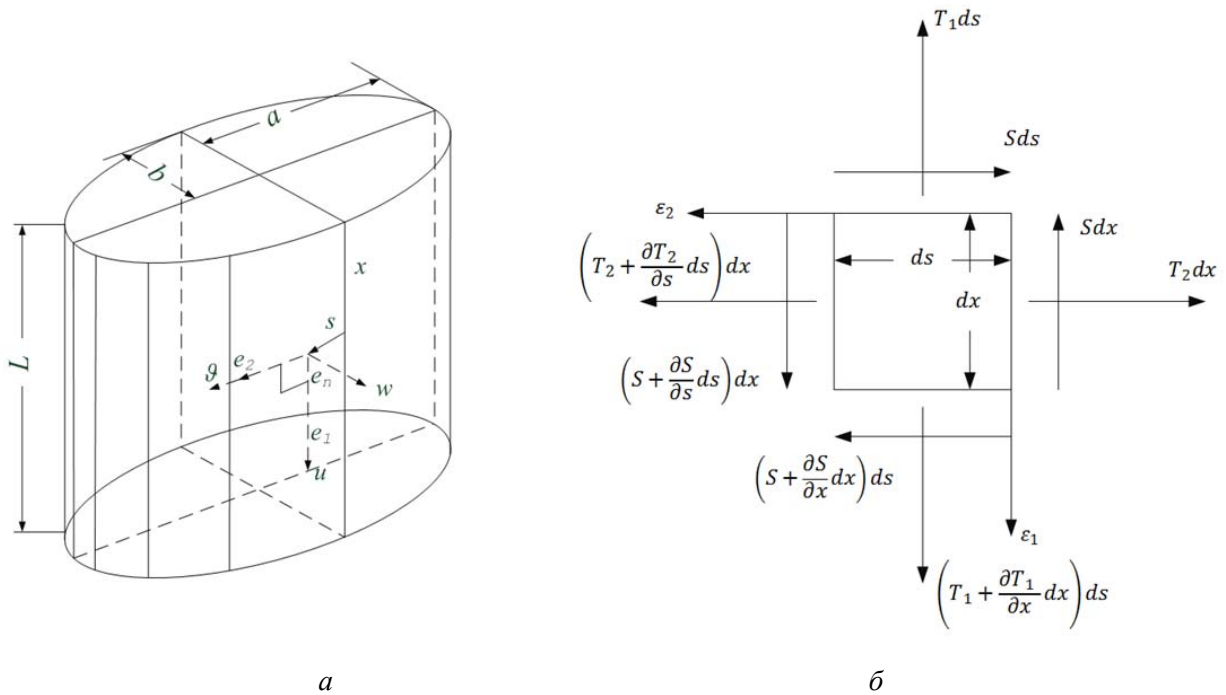


Рисунок 1 – Цилиндрическая оболочка произвольного поперечного очертания, а – линиями главных кривизн будут направляющие s и образующие x цилиндра, б – в оболочке возникают усилия показанные на рисунке

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E\delta} (T_1 - \mu T_2); \\ \varepsilon_2 &= \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\omega}{r(s)} = \frac{1}{E\delta} (T_2 - \mu T_1); \\ \omega &= \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{2(1+\mu)}{E\delta} S. \end{aligned} \quad (2)$$

Полученная система также интегрируется в замкнутом виде.

Поскольку на оболочку действует только равномерное давление, в полученных уравнениях (1) и (2) следует положить $q_1 = q_2 = 0$; $q_n = p$. Тогда вместо системы (1) будем иметь:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial s} = 0; \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_2}{\partial s} = 0; \quad T_2 = q_n r(s). \quad (3)$$

Рассмотрим статически определимый вариант граничных условий на торцевых сечениях некруговой оболочки, прежде чем производить интегрирование полученных систем дифференциальных уравнений (2) и (3), примем:

$$T_1 = 0, \quad v = 0, \quad \text{при } x = 0 \text{ и } x = L. \quad (4)$$

Теперь произведем интегрирование системы (3). Из третьего уравнения системы (3) усилие T_2 уже определено и равно:

$$T_2 = pr(s). \quad (5)$$

Подставляя (5) во второе уравнение (3), получим $\frac{\partial S}{\partial x} + p \frac{dr}{ds} = 0$.

Проинтегрировав полученное равенство по x , приходим к следующему выражению для касательного усилия S , $S = -px \frac{dr}{ds} + f_1(s)$, где $f_1(s)$ – неизвестная функция.

В силу симметрии оболочки, граничных условий и нагрузки относительно среднего сечения $x = \frac{L}{2}$, касательные усилия в этом сечении должны отсутствовать, что дает основание записать $-p \frac{L}{2} \frac{dr}{ds} + f_1(s) = 0$.

Таким образом, функция $f_1(s)$ определена, и касательное усилие будет равно:

$$S = p \left(\frac{L}{2} - x \right) \frac{dr}{ds}. \quad (6)$$

Взяв производную по s от (6) и подставив ее в первое уравнение (3), получим:

$$\frac{\partial T_1}{\partial x} + p \left(\frac{L}{2} - x \right) \frac{d^2 r}{ds^2} = 0.$$

Проинтегрировав последнее равенство по x , будем иметь:

$$T_1 = -p \left(x \frac{L-x}{2} \frac{d^2 r}{ds^2} + f_2(s) \right), \quad (7)$$

где $f_2(s)$ – вторая неизвестная функция.

Используя граничные условия (4), из выражения (7) находим $f_2(s) = 0$, и усилие T_1 оказывается равным:

$$T_1 = -px \frac{L-x}{2} \frac{d^2 r}{ds^2}. \quad (8)$$

Таким образом, при данном варианте граничных условий мы определили все усилия, не прибегая к определению перемещений оболочки. Однако это не всегда оказывается возможным. Выпишем окончательные формулы для усилий цилиндрической оболочки при статически определенном варианте граничных условий:

$$T_1 = -px \frac{L-x}{2} \frac{d^2 r}{ds^2}; \quad T_2 = pr(s); \quad S = p \left(\frac{L}{2} - x \right) \frac{dr}{ds}. \quad (9)$$

Формулы (9) при заданной форме поперечного сечения и размерах оболочки дают возможность определить усилия в любой точке оболочки.

Перейдем теперь к определению перемещений. Для этого подставив полученные значения усилий (9) в систему (2), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= -\frac{p}{E\delta} \left(\mu r + \frac{x(L-x)}{2} \frac{d^2 r}{ds^2} \right); \\ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\omega}{r} &= \frac{p}{E\delta} \left(r + \mu \frac{x(L-x)}{2} \frac{d^2 r}{ds^2} \right); \\ \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial x} &= \frac{2(1+\mu)}{E\delta} p \left(\frac{L}{2} - x \right) \frac{dr}{ds}. \end{aligned} \quad (10)$$

Проинтегрировав первое уравнение по x , находим:

$u = -\frac{px}{E\delta} \left(\mu r - \frac{x}{2} \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}L \right) \frac{d^2 r}{ds^2} \right) + f_3(s)$, где $f_3(s)$ – третья неизвестная функция. Эта функция может быть определена из условия отсутствия перемещения u в среднем сечении оболочки в силу симметрии граничных условий, т. е. из условия $u = 0$ при $x = \frac{L}{2}$. Это условие дает $f_3(s) = \frac{pL}{2E\delta} \left(\mu r + \frac{1}{12} L^2 \frac{d^2 r}{ds^2} \right)$. Окончательное выражение для u принимает следующий вид:

$$u = \mu \frac{pr}{E\delta} \left(\frac{L}{2} - x \right) + \frac{1}{6} \frac{p}{E\delta} \left(x^3 - \frac{3}{2} Lx^2 + \frac{1}{4} L^3 \right) \frac{d^2 r}{ds^2}. \quad (11)$$

Подставляя выражение (11) в третье из уравнений (10) и интегрируя по x , находим:

$$v = \frac{(2+\mu)px(L-x)}{2E\delta} \frac{dr}{ds} - \frac{px}{24E\delta} \left(x^3 - 2Lx^2 + L^3 \right) \frac{d^2 r}{ds^2} + f_4(s).$$

Для того чтобы перемещение v удовлетворяло второму граничному условию (4), достаточно приравнять нулю четвертую неизвестную функцию $f_4(s) = 0$.

Обычно наибольший интерес представляет величина прогиба цилиндрической оболочки w , которая может быть непосредственно определена из второго уравнения системы (10):

$$\omega = \frac{pr}{E\delta} \left(r + x(x-L) \frac{d^2r}{ds^2} + \frac{x}{24} (x^3 - 2Lx^2 + L^3) \frac{d^4r}{ds^4} \right). \quad (12)$$

Апробация полученных результатов проведена в пакете ANSYS (рис. 2-4).



Рисунок 2 – Постановка задачи

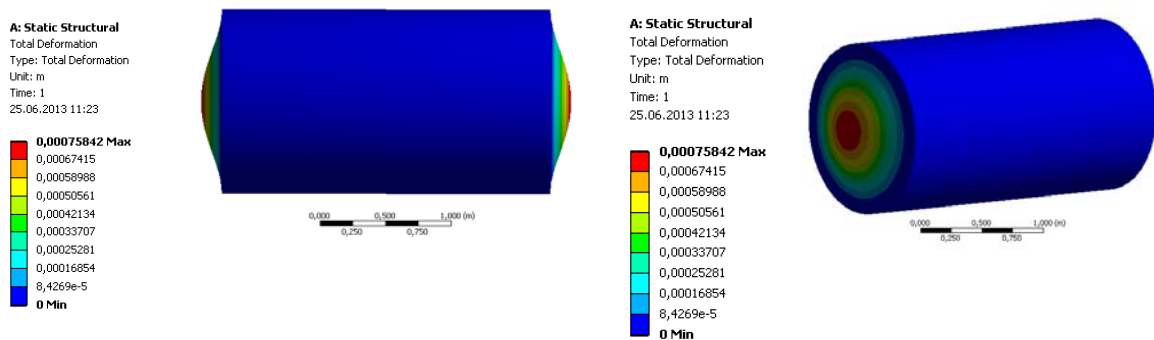


Рисунок 3 – Деформация цилиндрической оболочки

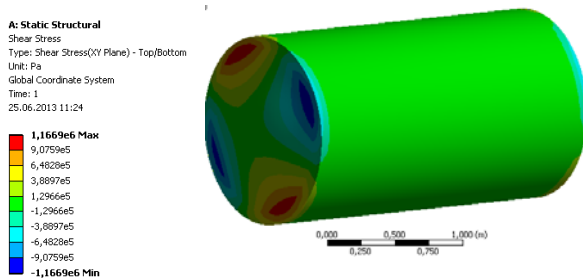


Рисунок 4 – Касательные напряжения

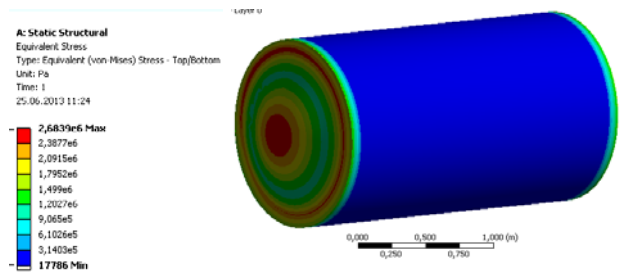


Рисунок 5 – Эквивалентные напряжения

Таким образом, определены и перемещения, имеющие место в любой точке некруговой цилиндрической оболочки. При расчете длинных оболочек необходимо учитывать деформации изгиба. Предварительные расчеты величин перемещений цилиндрических емкостей пожарных автомобилей показали, что они имеют малое значение, вследствие чего ими можно пренебречь.

Заключение

По своим техническим характеристикам наибольший интерес представляет цистерна цилиндрической формы, применяемая для перевозки огнетушащих веществ в пожарных аварийно-спасательных автомобилях.

Представленные аналитические зависимости позволяют в процессе проектирования пожарных автоцистерн выполнять расчеты емкостей цилиндрической формы с определением возможных радиальных перемещений и величины прогиба оболочки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белов, Н.Н. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки. / Н.Н. Белов, Д.Г. Компаница, О.Г. Кумпяк, Н.Т. Югов // Томск: СТТ, 2004. – 465 с.
2. Bangash, M. Y. H. Explosion-Resistant Building Structures / Design, Analysis, and Case Studies. // Bangash M. Y. H., Bangash T. Springer, Berlin, 2006. – 450 p.
3. Власов, В.З. Общая теория оболочек. – М.-Л.: Физматгиз, 1949. – 784 с.
4. Белкин, А.Е. Расчет пластин методом конечных элементов. / А.Е. Белкин, С.С. Гаврюшин – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2008. – 232 с.