УДК 614.841.33

ПОВЫШЕНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ РАСЧЕТОВ ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЙ ИНТЕГРАЛЬНОЙ МОДЕЛИ ПОЖАРА

Макаров Е.К.*, д.ф.-м.н., профессор, Полевода И.И., к.т.н., доцент, Деменчук А.К.*, к.ф.-м.н., Красовский С.Г.*, к.ф.-м.н., доцент, Осяев В.А.
***Институт математики НАН Беларуси**

The methods for validity improvement of fire integral model based on the constitutive law in differential equations of equilibrium at fire are represented.

(Поступила в редакцию 30 марта 2008 г.)

В основу методики расчета критической продолжительности пожара, закрепленной ГОСТ 12.1.004–91 [1], положена интегральная математическая модель пожара в помещении [2], описывающая в самом общем виде процесс изменения во времени состояния газовой среды внутри помещения с позиций термодинамики. Прогнозирование величины опасных факторов пожара (ОФП) в рамках этой модели осуществляется путем решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях с учетом нескольких дополнительных алгебраических соотношений.

Хорошо известно [2], что система уравнений интегральной модели пожара является жесткой (в математическом смысле) системой [3], что приводит к серьезным трудностям при ее численном решении. Сущность возникающих здесь проблем заключается в том, что процесс вычислений в ходе применения к данной системе стандартных методов численного решения дифференциальных уравнений оказывается неустойчивым, и поэтому приближенное решение может значительно отличаться от действительного (точного) решения системы даже на относительно коротких промежутках времени.

Проведенный анализ позволил сформулировать ряд мер, позволяющих существенно повысить устойчивость и достоверность расчетов при решении уравнений интегральной модели пожара.

В состав системы уравнений интегральной модели пожара (ИМП) входят уравнение материального баланса пожара, уравнение баланса массы кислорода, уравнения баланса токсичных продуктов горения (записываются отдельно для каждого учитываемого токсичного продукта), уравнение баланса оптического количества дыма и уравнение энергии пожара. Кроме этих дифференциальных уравнений в состав системы уравнений, определяющих динамику ОФП, входят дополнительные алгебраические соотношения, устанавливающие связи между некоторыми физическими величинами, входящими в дифференциальные уравнения, и используемые для их определения. Общепринятым стандартным методом решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений, к которым относится эта система, являются явные методы Рунге–Кутта [3]. Нетрудно, однако, убедиться, что попытка решения общей системы уравнений ИМП с их помощью не приводит к успеху. В большой серии вычислительных экспериментов нам не удалось обнаружить какой-либо практически значимой области значений параметров задачи, для которой прогноз динамики ОФП мог бы быть осуществлен на этой основе.

В математической теории горения хорошо известно положение о приближенном подобии полей температуры и концентраций различных веществ, участвующих в процессе горения [4, с. 83]. Используя этот принцип, можно подобрать линейные замены времени и фазовых переменных в уравнениях ИМП таким образом, чтобы максимально их унифицировать. Это позволяет привести исходную систему уравнений интегральной модели всего к трем дифференциальным уравнениям в безразмерной форме:

$$\frac{dr}{d\tau}=\frac{2\sqrt{2}}{3}\Pi_0(1-r)^{1/2}(\beta(\xi)-r^{1/2}\gamma(\xi)), \tag{1}$$

$$\frac{df}{d\tau}=K[\tau^2+\frac{2\sqrt{2}}{3}\Pi_0(1-r)^{1/2}(\beta(\xi)-r^{-1/2}f\gamma(\xi))], \tag{2}$$

$$\frac{du}{d\tau}=\tau^2-\frac{2\sqrt{2}}{3}\Pi_0 r^{-1/2}(1-r)^{1/2}\gamma(\xi)u, \tag{3}$$

из которых первое соответствует уравнению материального баланса, второе – уравнению энергии и третье – всем остальным дифференциальным уравнениям исходной системы.

В системе уравнений (1)–(3) неизвестными функциями являются относительные плотность r и давление f, а также обобщенный показатель концентрации u. Начальные условия для их определения следует выбирать в виде $r(0) = 1$, $f(0) = 1$ и $u(0) = 0$. Подчеркнем, что в результате проделанных преобразований динамика всех ОФП, кроме температуры, описывается одним и тем же решением уравнения (3). Величина ξ, представляющая собой нормированную ординату плоскости равных давлений (ПРД), определяется из дополнительного алгебраического соотношения $\xi=\xi^0-M(f-1)/(1-r)$, в котором число M определяется в основном выбранным способом масштабирования координат, а начальное положение ПРД ξ^0 может быть выбрано произвольным. Параметр Π_0 называется фактором проемности и определяется величиной и расположением открытых проемов в помещении. Функции β и γ описывают суммарные потоки соответственно воздуха и газов через проемы. При наличии в помещении одного проема прямоугольной формы в большинстве случаев можно полагать $\beta(\xi)=\xi^{3/2}$ и $\gamma(\xi)=(1-\xi)^{3/2}$. Число K зависит только от свойств газовой среды. Для воздуха в обычных условиях $K = 1{,}464$.

Численное решение уравнений (1)–(3) следует проводить с помощью специальных методов (Розенброка, Гира и др., см. [3]) решения жестких задач. Заметим, однако, что даже применение этих методов далеко не всегда обеспечивает получение требуемых решений. Для повышения устойчивости численного счета при решении системы (1)–(3) можно рекомендовать следующие меры, основанные на корректном учете условия приближенного постоянства давления в помещении на начальной стадии пожара.

1) Целесообразно использовать начальное условие для величины r несколько меньшее (ориентировочно на 0,001–0,1%), чем точное его значение, указанное выше. Необходимо иметь в виду, что вычисления очень чувствительны к выбору этого начального условия.

2) Поскольку влияние уровня расположения проема на динамику ОФП относительно невелико, при наличии в помещении низко расположенных проемов допускается для целей расчета считать проемы, помещенными на более высокий уровень в пределах высоты помещения, обеспечивающий устойчивость вычислений. При этом следует сдвигать вверх всю систему проемов, сохраняя их взаимное расположение по вертикали. Обычно для достижения приемлемой устойчивости вычислений достаточно повышения уровня расположения проемов на 10–20% от высоты помещения.

3) При необходимости учет равенства условия постоянства давления может быть произведен непосредственно в следующем порядке. В уравнении энергии (2) полагается $f\equiv 1$, после чего оно приобретает вид:

$$\tau^2+\frac{2\sqrt{2}}{3}\Pi_0(1-r)^{1/2}(\beta(\xi)-r^{-1/2}\gamma(\xi))=0, \tag{4}$$

Уравнение (4) является алгебраическим уравнением относительно ξ. Исключая с его помощью из уравнений (1) и (3) величину γ, получаем уравнения:

$$\frac{dr}{d\tau} = -\tau^2 r + \frac{2\sqrt{2}}{3}\Pi_0(1-r)^{3/2}\beta(\xi), \quad \frac{du}{d\tau} = \tau^2(1-u) - \frac{2\sqrt{2}}{3}\Pi_0(1-r)^{1/2}\beta(\xi)u, \tag{5}$$

которые позволяют определить зависимость от времени всех величин, входящих в систему. Указанные преобразования значительно повышают устойчивость производимых вычислений. При применении этого приема для упрощения вычислительных процедур и расширения доступного набора численных методов решения жестких систем рекомендуется применять кусочно-полиномиальную по τ аппроксимацию решения уравнения (4).

4) При $5 < \Pi < 20$ для расчета динамики ОФП с помощью уравнений (4), (5) на интервалах времени от 0 до $\tau = 1 \div 2$ можно полагать $\xi \equiv \xi_0$, где ξ_0 – корень уравнения (4) при $\tau = 0$. Кроме того, при любых значениях параметров задачи выбор $\xi^0 = \xi_0$ положительно влияет на устойчивость вычислений.

Приведенные меры позволяют повысить устойчивость численного счета и достоверность расчетов при решении уравнений интегральной модели пожара.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пожарная безопасность. Общие требования: ГОСТ 12.1.004–91. – Введ. 01.07.92. – М.: Комитет стандартизации и метрологии СССР, 1991. – 88 с.
2. *Кошмаров, Ю.А.* Прогнозирование опасных факторов пожара в помещении: учеб. пособие / Ю.А. Кошмаров. – М.: Акад. ГПС МВД России, 2000. – 118 с.
3. *Хайрер, Э.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи / Э. Хайрер, Г. Ваннер. – М.: Мир, 1999. – 685 с.
4. *Зельдович, Я.Б.* Математическая теория горения и взрыва / Я.Б. Зельдович, Г.И. Баренблатт, В.Б. Либрович, Г.М. Махвиладзе. – М.: Наука, 1980. – 480 с.